

EGZAMIN Z MATEMATYKI, wersja II-B

Uwaga. Nie wolno używać kalkulatora.

Proszę nie używać korektora. Błędne obliczenia lub sformułowania wystarczy wyraźnie skreślić.

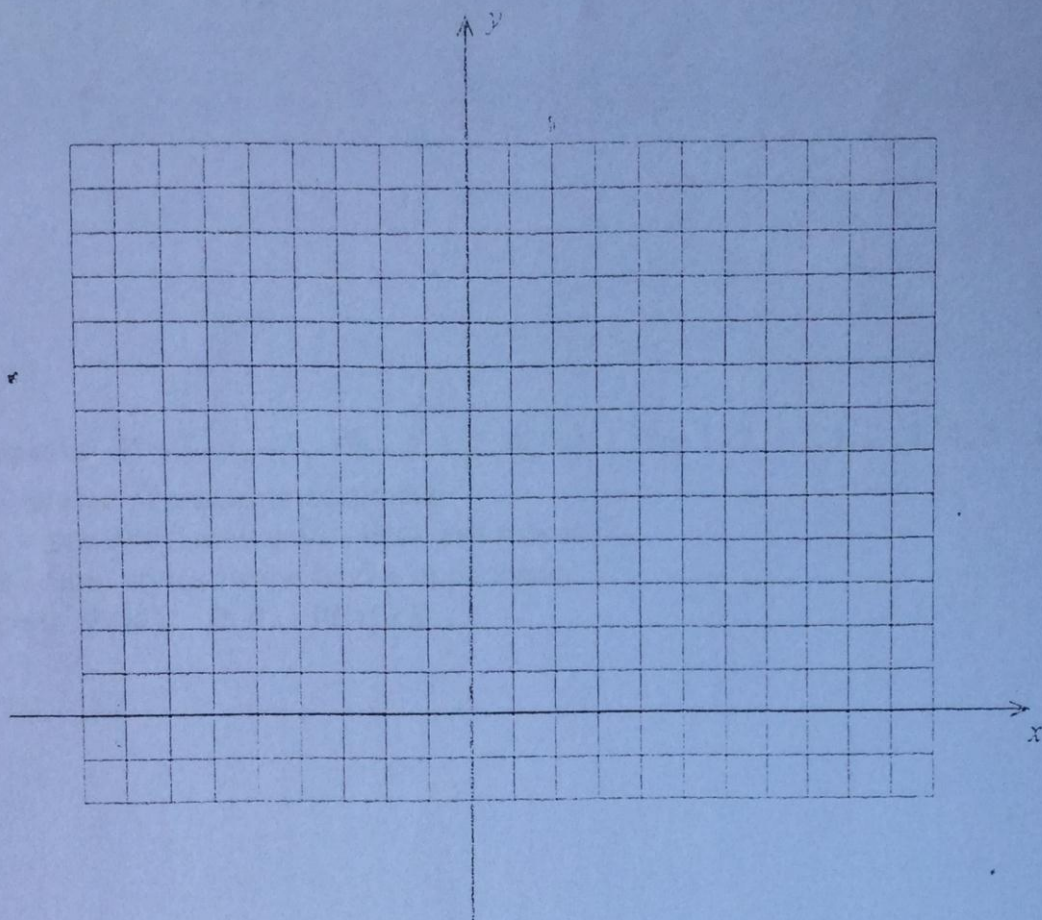
1. Obliczyć granice

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n - n^2}{n^2 + \sqrt{n+1}}$, b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - x^2}{x^2 - 4}$, c) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{1 - x^2}$.

2. Wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji $f(x) = 2 - x - \frac{9}{x}$.

3. Sporządzić wykres funkcji $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{gdy } |x| \geq 1 \\ 1 - |x|, & \text{gdy } |x| < 1 \end{cases}$. Odczytać z wykresu:

- ekstrema lokalne funkcji f ,
- liczbę pierwiastków równania $f(x) = 1$.



4. Obliczyć $\left[\frac{125^{\frac{2}{3}} - (0,2)^{-1}}{(0,5)^{-3}} \cdot (0,2)^{-3} \right]^{\frac{1}{2}}$

5. Rozwiązać równanie $1 + \cos^2 x = 2 \cos x$.

6. Ze zbiorów $X = \{-4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$ i $Y = \{-2, -1, 1, 2, 3, 4, 5\}$ losujemy po jednej liczbie. Oznaczmy zdarzenia:

A – suma wylosowanych liczb jest równa 0,

B – obie wylosowane liczby są parzyste.

Obliczyć $P(A')$, $P(B)$, $P(A \cup B)$.

7. Określić dziedzinę funkcji $f(x) = x^2 + \log(3^x - 1)$.

8. Znaleźć równanie wysokości opuszczonej z wierzchołka C na podstawę \overline{AB} trójkąta o wierzchołkach $A(-3, -1)$, $B(1, -5)$, $C(5, 3)$.
9. Ciąg (a_n) określony jest rekurencyjnie: $a_1 = 4$, $a_{n+1} = na_n - n^2$ dla $n \geq 1$. Obliczyć drugi i trzeci wyraz tego ciągu.
10. W rombie o boku 6 cm kąt ostry ma miarę 60° . Obliczyć pole tego rombu i długości jego przekątnych.